Revista Ciencia & Tecnología
No. 16, 31 de octubre de 2017
ISSN impreso: 1390 - 6321

II Jornada de Investigación
Universidad Tecnológica
Empresarial de Guayaquil

Modelos alternativos para la teoría de límites en el cálculo superior

Alternative models for the theory of limits in the superior calculus

Laura de Jesús Calero Proaño PhD., MSc., Ing. Amb.[1]
laura.calerop@ug.edu.ec
Marcial Sebastián Calero
Amores, Doctor. MSc., Ing. Civ.[2]
mcaleroa@ulvr.edu.ec

Recibido: 1/07/2017, Aceptado: 1/09/2017

RESUMEN

La investigación aborda la problemática del Cálculo Superior relacionada con límites algebraicos y exponenciales que tienden al infinito, formulando tres modelos alternativos para solucionarlos. La metodología fue, plantear estudios de casos, analizarlos utilizando los modelos alternativos desarrollados y sintetizar el proceso en tres modelos. Los modelos se sustentan en el manejo de los coeficientes de la variable en su máximo grado sea de forma directa o transformada y de ser el caso estabilizada por la variable nula. Los modelos son fáciles de aplicarse y facilitan el aprendizaje del cálculo. Los modelos desarrollados son:

$$\lim_{X\to\infty} \frac{a_0X^n+a_1X^{n-1}+a_2X^{n-2}+\ldots\ldots\ldots+a_n}{b_0X^n+b_1X^{n-1}+b_2X^{n-2}+\ldots\ldots\ldots+b_n} = \left[\!\left[\frac{a_0}{b_0}\right]\!\right]; \quad \text{n=máxima potencia de la variable}$$

$$\lim_{X\to\infty} \frac{a_0X^n+a_1X^{n-1}+a_2X^{n-2}+\ldots\ldots\ldots+a_n}{b_0X^m+b_1X^{m-1}+b_2X^{m-2}+\ldots\ldots\ldots+b_m} = [\![0]\!]; \quad Siendo: m > n$$

$$\lim_{X\to\infty} \frac{a_0X^n+a_1X^{n-1}+a_2X^{n-2}+\ldots\ldots\ldots+a_n}{b_0X^m+b_1X^{m-1}+b_2X^{m-2}+\ldots\ldots\ldots+b_m} = [\![\infty]\!] \quad Siendo: n > m$$

Palabras clave: Cálculo Superior, Límites, Funciones. $X \to \infty$, Variable. Exponente, Coeficiente

[1] Docente de la Universidad de Guayaquil. Docente Facultad de Arquitectura y Urbanismo. Ecuador

[2] Docente de la Universidad Laica Vicente Rocafuerte – Guayaquil Ecuador –Docente Investigador Facultad de Ingeniería, Industria y Construcción. Ecuador

ABSTRACT
The research discusses top calculation problems related to algebraic and exponential limits that tend to infinity, by formulating three alternative models to solve them. The methodology was, consider case studies, analyzed using developed alternative models, and synthesize the process in three models. Models are based on the coefficients of the variable handling in its maximum degree is directly or transformed and be stabilized by the null variable case. The models are easy to apply and facilitate the learning of calculus. Models developed are:

$$\lim_{X \to \infty} \frac{a_0X^n + a_1X^{n-1} + a_2X^{n-2} + \ldots\ldots\ldots + a_n}{b_0X^n + b_1X^{n-1} + b_2X^{n-2} + \cdots\ldots\ldots + b_n} = \left[\!\left[\frac{a_0}{b_0}\right]\!\right]; \quad \text{n= maximum power of the variable}$$

$$\lim_{X \to \infty} \frac{a_0X^n + a_1X^{n-1} + a_2X^{n-2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + a_n}{b_0X^m + b_1X^{m-1} + b_2X^{m-2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + b_m} = [\![0]\!]; \quad Siendo: m > n$$

$$\lim_{X \to \infty} \frac{a_0X^n + a_1X^{n-1} + a_2X^{n-2} + \ldots\ldots\ldots + a_n}{b_0X^m + b_1X^{m-1} + b_2X^{m-2} + \ldots\ldots\ldots + b_m} = [\![\infty]\!]; \quad Siendo: n > m$$

Keywords: Calculus higher, Limits, Functions, Variable, Exponent, Coefficient

Introducción

Los fenómenos de la naturaleza se expresan a través de procesos que pueden ser modelados por las matemáticas y especialmente con la intervención del cálculo superior (Kaisser, 2009). El cálculo diferencial tiene como estructura coyuntural la teoría de límites, su existencia y conceptualización fundamentan la derivada (Granville, 2009). La teoría de límites es paso inicial para desarrollar la derivada, entender y manejar los límites es imprescindible para acometer problemáticas de teoría y aplicación del cálculo diferencial a los distintos problemas físicos profesionales, que tienen en el cálculo superior la explicación del comportamiento entre las variables que describen ese fenómeno y caracterizan a las ciencias físicas.

Los límites sean esto de tendencia a una cantidad o al infinito, caracterizan con cierto valor de entrada a una función, en un entorno inmediato, para lo cual el cálculo mediante una serie de técnicas manipula la operación de los límites (Carmona 1993).

En el contexto del cálculo diferencial, las operaciones con límites para resolver la tendencia al infinito de las funciones, constituyen una problemática que debe resolverse mediante técnicas de desarrollo científico que optimicen estas operaciones y aporten al proceso cognitivo de las matemáticas superiores. Para resolver problemas teóricos y principalmente prácticos como son problemáticas intervinientes en la Economía, Física, Arquitectura, Ingenierías, u otras ciencias, relacionadas con, gradientes, comportamientos de variables, optimización de diseños, estructuras, mecánica de materiales, procesos ambientales u otros, la intervención del cálculo y límites son métodos para la resolución de conflictos técnicos y científicos. (Courant & Fritz, 1999).

La investigación tiene por objetivo a través de estudios de casos, desarrollar modelos matemáticos alternativos (Calero 2011), para resolver problemas de la teoría de límites del cálculo infinitesimal relacionados con funciones algebraicas y exponenciales que tienden al infinito. Los modelos facilitan el proceso cognitivo-significativo para la enseñanza-aprendizaje del cálculo superior.

Material y método

Aplicando la definición de límite (Espinoza 2012), para una función la cual tiende al infinito por su entorno se define como: La función f(x) tiene como límite "L", sí, la diferencia en valor absoluto "e" entre la función y el límite es real y existe un número N > 0 y se describe:

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = L; \quad [f(x) - L] < e; \;\; x > N$$

El método que aplica el cálculo diferencial para resolver los límites objeto del estudio, es quitando la indeterminación por el manejo del exponente de la variable (Valladares 2010). Otra forma de solucionarlos es aplicando la regla de L ´Hospital.

El trabajo se enmarca en la investigación pura con connotación en la investigación aplicada por el manejo operacional de los límites que tienden al infinito, que son parte de la derivada y aplicable a la optimización de funciones y estructuras u otras. Así mismo, la investigación tiene alcance cuantitativo, inductivo, heurístico y lógico.

El proceso de investigación permitió arribar a un método alternativo y sencillo para resolver problemas de límites que tienden al infinito, se fundamenta en las reglas del algebra superior, la homogenización y transformada de funciones y manejo y sustitución de variables Los seis casos de estudios que se analizan fundamentan la investigación realizada y validan el método con los modelos alternativo propuesto, se han dividido en escenarios para simplificar, fundamentar y generalizar los modelos producto de la investigación. Los modelos generales aplicados para resolver los casos presentados, se realiza a través del siguiente proceso metodológico:

1. Aplicación a los seis casos de estudio los modelos alternativos investigados.
2. Validación y generalización de los modelos desarrollados.

El proceso metodológico se desarrolla describiendo en primer lugar el análisis de los casos aplicando los modelos propuestos.

Revista Ciencia & Tecnología
No. 16, 31 de octubre de 2017
ISSN impreso: 1390 - 6321

II Jornada de Investigación
Universidad Tecnológica
Empresarial de Guayaquil

Estudio de casos
a.) Método de homogenización de la variable
El método consiste en homogenizar la variable en su máxima potencia y relacionar los límites de sus coeficientes.

Caso 1: La expresión tiene la variable con igual máxima potencia en numerador y denominador El método se fundamenta en relacionar los coeficientes de la variable a la máxima potencia:

1.1 $$\mathbf{Lim}\frac{8X^3-5X^2+13X}{2X^3+7X^2-18X}=\mathbf{Lim}\frac{8}{2}=4$$

$$X\rightarrow\infty$$

1.2 $$\mathbf{Lim}\frac{X^3}{2X^2-1}-\frac{X^2}{2X+1}=$$

$$X\rightarrow\infty$$

$$\mathbf{Lim}\frac{X^3+X^2}{4X^3+2X^2-2X-1}=Lim\frac{1X^3}{4X^3}=\frac{1}{4}$$

$$\mathbf{1.3.}\quad \mathbf{Lim}\left(\sqrt[2]{16X^2+8X+6}-\sqrt[2]{16X^2-8X-6}\right)=$$

$$X\rightarrow\infty$$

$$\mathbf{Lim}\frac{\left(\sqrt[2]{16X^2+8X+6}-\sqrt[2]{16X^2-8X-6}\right)\left(\sqrt[2]{16X^2+8X+6}+\sqrt[2]{16X^2-8X-6}\right)}{\left(\sqrt[2]{16X^2+8X+6}+\sqrt[2]{16X^2-8X-6}\right)}=$$

$$\mathbf{Lim}\frac{16X+12}{\left(\sqrt[2]{16X^2+8X+6}+\sqrt[2]{16X^2-8X-6}\right)}=\mathbf{Lim}\frac{16X}{4X+4X}=\mathbf{Lim}\frac{16\,(X)}{8\,(X)}$$

$$=\mathbf{Lim}\frac{16}{8}=2$$

Desarrollo de modelo para caso 1

Límite al infinito, cuando la variable en su máxima potencia es igual tanto en el numerador como en el denominador

$$\mathbf{Lim}\ \frac{a_0X^n+a_1X^{n-1}+a_2X^{n-2}+\ldots\ldots\ldots+a_n}{b_0X^n+b_1X^{n-1}+b_2X^{n-2}+\ldots\ldots\ldots+b_n}=Lim\frac{a_0}{b_0}$$

$X\rightarrow\infty$

$$\mathbf{Lim}\ \frac{a_0X^n+a_1X^{n-1}+a_2X^{n-2}+\ \ldots\ldots\ldots.+a_n}{b_0X^n+b_1X^{n-1}+b_2X^{n-2}+\ldots\ldots\ldots.+b_n}=\left[\!\left[\frac{a_0}{b_0}\right]\!\right]\quad(1)$$

$$X\rightarrow\infty$$

$Siendo$: $\quad n =$ $máxima\ potencia\ de\ la\ variable$

$a_0,\quad b_0,\quad a_1,\quad b_{1,}, a_2, b_2, \ldots\ldots\ldots\ldots, a_n, b_n = coeficientes$

$X = variable$

Caso 2: La expresión tiene la máxima potencia en el denominador
El método se fundamenta en homogenizar la máxima potencia en la expresión, adicionando un término neutro y procediendo igual que en el caso anterior:

$$2.1\ \mathbf{Lim}\frac{X-11}{3X^2+5X+9}=\mathbf{Lim}\frac{0X^2+X+11}{3X^2+5X+9}=\mathbf{Lim}\frac{0}{3}$$

$$X\rightarrow\infty$$

$$2.2.\ \mathbf{Lim}\left(X+\sqrt[3]{1-X^3}\right)=$$

$$X\rightarrow\infty$$

$$\mathbf{Lim}\ \left(X+\sqrt[3]{1-X^3}\right)\frac{X^2-X\sqrt[3]{1-X^3}+\sqrt[3]{(1-X^3)^2}}{X\sqrt[3]{1-X^3}+\sqrt[3]{(1-X^3)^2}}$$

$$=\mathbf{Lim}\ \frac{X^3+1-X^3}{X\sqrt[3]{1-X^3}+\sqrt[3]{(1-X^3)^2}}=$$

$$Lim\ \frac{1}{X\sqrt[3]{X^3}+\sqrt[3]{(X^3)^2}}=Lim\ \frac{0(X^2)+1}{1(X^2)+\ 1(X^2)}=Lim\ \frac{0\ (X^2)}{2(X^2)}=Lim\ \frac{0}{2}=0$$

Desarrollo del modelo para el caso 2

Límite al infinito, cuando la variable en su máxima potencia está en el denominador y es mayor que la potencia de la variable en el numerador

$$\mathbf{Lim}\ \frac{\mathbf{a_0X^n + a_1X^{n-1} + a_2X^{n-2} + \ldots\ldots\ldots.+a_n}}{\mathbf{b_0X^m + b_1X^{m-1} + b_2X^{m-2}+\ldots\ldots\ldots.+b_m}} = \boldsymbol{Lim}\frac{\mathbf{0(X^m)}}{\mathbf{b_0(X^m)}}$$

$$X \to \infty$$

$$\mathbf{Lim}\ \frac{\mathbf{a_0X^n + a_1X^{n-1} + a_2X^{n-2} + \ldots\ldots\ldots.+a_n}}{\mathbf{b_0X^m + b_1X^{m-1} + b_2X^{m-2}+\ldots\ldots\ldots.+b_m}} = [\![\mathbf{0}]\!] \quad (2)$$

$$X \to \infty$$

$$Siendo:$$

$$m > n$$

$$a_0, \quad b_0, \quad a_1, \quad b_{1,}, a_2, b_2, \ldots\ldots\ldots\ldots.., a_n, b_m = coeficientes$$

$$X = variable$$

Caso 3: La expresión tiene la máxima potencia en el numerador

El método se fundamenta en homogenizar la máxima potencia en la expresión, adicionando un término neutro y procediendo a relacionar los coeficientes de la variable a la máxima potencia:

3.1 $\mathbf{Lim}\ \frac{7X^3-5X^2+12X}{4X^2+9X} = \mathbf{Lim}\ \frac{7X^3-5X^2+12X}{0X^3+4X^2+9X} = \mathbf{Lim}\ \frac{7}{0} = \infty$

$$X \to \infty$$

$$3.2\ Lim\ \frac{X}{X - \sqrt[2]{X^2+1}} =$$

$$X \to \infty$$

$$Lim\ \frac{X}{X - \sqrt[2]{X^2+1}} \frac{X + \sqrt[2]{X^2+1}}{X + \sqrt[2]{X^2+1}} = Lim\ \frac{X\left(X + \sqrt[2]{X^2+1}\right)}{X^2 - X^2 - 1}$$

$$= Lim\ \frac{\left(X^2 + X\sqrt[2]{X^2+1}\right)}{-1} =$$

$$\mathbf{Lim}\ \frac{1X^2 + 1X^2}{-1} = \mathbf{Lim}\ \frac{2(X^2)}{0(X^2) - 1} = \mathbf{Lim}\ \frac{2}{0} = \infty$$

3.3 $\mathbf{Lim}\ \frac{\sqrt[5]{X^7+3} + \sqrt[4]{2X^3-1}}{\sqrt[6]{X^8+X^7+1}} =$

$$X \to \infty$$

(exponente mayor= $X^{7/5} = X^{1.4}$)

$$\mathbf{Lim}\ \frac{X^{1.4} + 2X^{0.75}}{X^{1.33} + X^{1.17} + 1} = \mathbf{Lim}\ \frac{1(X^{1.4})}{0(X^{1.4}) + X^{1.33} + X^{1.17} + 1} = \mathbf{Lim}\ \frac{1}{0} = \infty$$

Desarrollo del modelo para el caso 3

Límite al infinito, cuando la variable en su máxima potencia está en el numerador y es mayor que la potencia de la variable en el denominador

$$\mathbf{Lim}\ \frac{a_0X^n + a_1X^{n-1} + a_2X^{n-2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + a_n}{b_0X^m + b_1X^{m-1} + b_2X^{m-2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + b_m} = Lim \frac{a_0(X^n)}{0(X^n)}$$

$$X \to \infty$$

$$\textbf{Lim}\ \frac{a_0X^n + a_1X^{n-1} + a_2X^{n-2} + \dots\dots\dots\dots + a_n}{b_0X^m + b_1X^{m-1} + b_2X^{m-2} + \dots\dots\dots\dots + b_m} = [\![\infty]\!] \quad (3)$$

$$X \to \infty$$

$$Siendo:$$

$$n > m$$

$$a_0, \quad b_0, \quad a_1, \quad b_1, a_2, b_2, \dots\dots\dots\dots, a_n, b_m = coeficientes$$

$$X = variable$$

b.) Método de transformación y homogenización de la variable
El método es una variante de la aplicación del método anterior y se fundamenta en transformar la variable, estabilizarla, homogeneizarla y aplicarle la relación de los coeficientes de dicha variable a la máxima potencia. Además, el cambio de variable en relación al límite al cual tiende no se afecta debido a que el método relaciona al final coeficientes reales.

Caso 4: La expresión tiene la variable exponencial con igual máxima potencia en numerador y denominador.

El método se fundamenta en transformar la variable y relacionar los coeficientes de la variable transformada a la máxima potencia:

$$Lim\ \frac{2^{Z+2}}{2^Z + 3} = Lim\ \frac{4\,(2^Z)}{2^Z + 3} = Lim\ \frac{4W}{1(W) + 3} = Lim\ \frac{4}{1} = 4$$

$$Z \to \infty$$

$$2^Z = W$$

Desarrollo del modelo para el caso 4

Límite al infinito, cuando la variable exponencial en su máxima potencia es igual tanto en el numerador como en el denominador.

$$\mathbf{Lim}\ \frac{\mathbf{c_0a^{mZ}+c_1a^{(m-1)Z}+c_2a^{(m-2)Z}+\ \dots\dots\dots.+c_m}}{\mathbf{b_0a^{mZ}+b_1a^{(m-1)Z}+b_2a^{(m-2)Z}+\cdots\dots\dots.+b_m}}=\mathbf{Lim}\ \frac{\mathbf{c_0(W^m)}}{\mathbf{b_0(W^m)}}=Lim\ \frac{\mathbf{c_0}}{\mathbf{b_0}}$$

$$\boldsymbol{X\rightarrow\infty}$$

$$\mathbf{Lim}\ \frac{\mathbf{c_0a^{mZ}+c_1a^{(m-1)Z}+c_2a^{(m-2)Z}+\ \dots\dots\dots.+c_m}}{\mathbf{b_0a^{mZ}+b_1a^{(m-1)Z}+b_2a^{(m-2)Z}+\cdots\dots\dots.+b_m}}=\left[\!\left[\frac{\mathbf{c_0}}{\mathbf{b_0}}\right]\!\right]\quad(\mathbf{4})$$

$$\boldsymbol{X\rightarrow\infty}$$

$$Siendo:$$

$$W=a^Z$$

$$c_0,\quad b_0,\quad c_1,\quad b_{1,},c_2,b_2,\dots\dots\dots\dots.,a_m,b_m=coeficientes$$

a = base de la variable exponencial
m = coeficiente de la variable exponencial
$Z=variable$

Caso 5: La expresión tiene la variable exponencial con máxima potencia en el numerador El método se fundamenta en homogenizar la variable exponencial en su máxima potencia, adicionando un término neutro y procediendo a relacionar los coeficientes de la variable transformada a la máxima potencia:

$$Lim\ \frac{2^{2Z+2}}{2^Z+3}=Lim\ \frac{4\,(2^Z)^2}{2^Z+3}=Lim\ \frac{4W^2}{W+3}=Lim\ \frac{4W^2}{0W^2+W+3}=Lim\ \frac{4}{0}=\infty$$

$$Z\rightarrow\infty$$

$$2^Z=W$$

Desarrollo del modelo para el caso 5

Límite al infinito, cuando la variable exponencial en su máxima potencia está en el denominador, siendo mayor que la variable exponencial del numerador.

$$\mathbf{Lim}\ \frac{c_0a^{nZ}+c_1a^{(n-1)Z}+c_2a^{(n-2)Z}+\ \dots\dots\dots.+c_n}{b_0a^{mZ}+b_1a^{(m-1)Z}+b_2a^{(m-2)Z}+\dots\dots\dots.+b_m}=\mathbf{Lim}\ \frac{0\ (W^m)}{b_0(W^m)}=\ Lim\ \frac{0}{b_0}$$

$$X\to\infty$$

$$\mathbf{Lim}\ \frac{c_0a^{nZ}+c_1a^{(n-1)Z}+c_2a^{(n-2)Z}+\ \dots\dots\dots.+c_n}{b_0a^{mZ}+b_1a^{(m-1)Z}+b_2a^{(m-2)Z}+\dots\dots\dots.+b_m}=[\![0]\!]\quad(5)$$

$$X\to\infty$$

$$Siendo:$$

$$m>n$$

$$W=a^Z$$

$$c_0,\quad b_0,\quad c_1,\quad b_{1,},c_2,b_2,\dots\dots\dots\dots,a_m,b_m=coeficientes$$

a = base de la variable exponencial
m y n = coeficientes de la variable exponencial
$Z=variable$

Caso 6: La expresión tiene la variable exponencial con máxima potencia en el denominador.

El método se fundamenta en homogenizar la variable exponencial en su máxima potencia, adicionando un término neutro y procediendo a relacionar los coeficientes de la variable transformada a la máxima potencia:

$$Lim\ \frac{2^{Z+2}+7}{5(2^{2Z})+3}=Lim\ \frac{4\,(2^Z)^1+7}{5(2^Z)^2+3}=Lim\ \frac{4W+7}{5W^2+3}=Lim\ \frac{0(W^2)+4W+7}{5W^2+3}$$

$$Z\to\infty$$

$$=Lim\ \tfrac{0}{5}=0;\quad \text{Siendo: }\ 2^Z=W$$

Revista Ciencia & Tecnología
No. 16, 31 de octubre de 2017
ISSN impreso: 1390 - 6321

Desarrollo del modelo para el caso 6

Límite al infinito, cuando la variable exponencial en su máxima potencia está en el Numerador, siendo mayor que la variable exponencial del Denominador

$$\mathbf{Lim}\ \frac{\mathbf{c_0a^{nZ}+c_1a^{(n-1)Z}+c_2a^{(n-2)Z}+\ \dots\dots\dots.+c_n}}{\mathbf{b_0a^{mZ}+b_1a^{(m-1)Z}+b_2a^{(m-2)Z}+\dots\dots\dots.+b_m}}=\mathbf{Lim}\ \frac{\mathbf{c_0\ (W^m)}}{\mathbf{0\ (W^n)}}=\boldsymbol{Lim}\ \frac{\mathbf{c_0}}{\mathbf{0}}$$

$$\boldsymbol{X\rightarrow\infty}$$

$$\mathbf{Lim}\ \frac{\mathbf{c_0a^{nZ}+c_1a^{(n-1)Z}+c_2a^{(n-2)Z}+\ \dots\dots\dots.+c_n}}{\mathbf{b_0a^{mZ}+b_1a^{(m-1)Z}+b_2a^{(m-2)Z}+\dots\dots\dots.+b_m}}=[\![\infty]\!]\quad \mathbf{(6)}$$

$$\boldsymbol{X\rightarrow\infty}$$

$$Siendo:$$

$$n>m$$

$$W=a^Z$$

$$c_0,\quad b_0,\quad c_1,\quad b_{1,},c_2,b_2,\dots\dots\dots\dots..,a_m,b_m=coeficientes$$

a = base de la variable exponencial
m y n = coeficientes de la variable exponencial
$Z=variable$

Modelos finales desarrollados

Los seis casos investigados se enmarcan en dos grandes escenarios por tipo de funciones matemáticas que son, la función algebraica y la función exponencial.

Los casos 1 y 4, 2 y 5 y 3 y 6, se agruparon en base al comportamiento de la variable tanto por su potencia como por su posición y son para la investigación estructuralmente equivalentes tanto para la función algebraica como para la exponencial, en este contexto, los seis casos se consolidaron en tres grupos y se representaron mediante una expresión por cada grupo, que son los modelos (1), (2) y (3).

Los tres modelos que constituyen el producto final de la investigación se sustentan en las leyes de las matemáticas superiores y responden a la posición de la variable con su máxima potencia en la función analizada y su transformación de exponencial a algebraica.

Resultados
Los tres modelos desarrollados y aplicables a la teoría de límites algebraicos y exponenciales son:

1. $$\lim_{X \to \infty} \frac{a_0X^n+a_1X^{n-1}+a_2X^{n-2}+ \ldots\ldots\ldots +a_n}{b_0X^n+b_1X^{n-1}+b_2X^{n-2}+\ldots\ldots\ldots +b_n} = \left[\!\left[\frac{a_0}{b_0}\right]\!\right] \quad (1)$$

$$Siendo:\ n = \text{máxima potencia de la variable}$$

2. $$\lim_{X \to \infty} \frac{a_0X^n+a_1X^{n-1}+a_2X^{n-2}+ \ldots\ldots\ldots +a_n}{b_0X^m+b_1X^{m-1}+b_2X^{m-2}+\ldots\ldots\ldots +b_m} = [\![0]\!] \quad (2)$$

$$Siendo: m > n$$

3. $$\lim_{X \to \infty} \frac{a_0X^n+a_1X^{n-1}+a_2X^{n-2}+ \ldots\ldots\ldots +a_n}{b_0X^m+b_1X^{m-1}+b_2X^{m-2}+\ldots\ldots\ldots +b_m} = [\![\infty]\!] \quad (3)$$

$$Siendo: n > m$$

$$Además: a_0, b_0, a_1, b_{1,}, a_2, b_2, \ldots \ldots \ldots \ldots, a_n, b_m = coeficientes$$

$$X = variable$$

Así mismo, para el caso de función exponencial: X^n, X^{n-1},.......... = W = a^z

$$\text{Z = variable en la función exponencial}$$

Discusión
Los casos investigados tienen como contexto la función algebraica y la función exponencial.

En base a la metodología por tipo de funciones, inicialmente se propusieron seis modelos; sin embargo, los modelos inicialmente determinados se consolidaron de acuerdo a la estructura conceptual matemática a tres, que corresponden a la situación de la variable y la transformación entre funciones que se aplica. Los tres modelos desarrollados representan un método alternativo y validado para resolver la problemática de límites de funciones que tienden al infinito, que se enmarca en el estudio del cálculo diferencial.

Uno de los hallazgos que fortalece y aportó a la investigación, está relacionada a que la evaluación de límites que tienden al infinito puede representarse por la relación entre los coeficientes de la variable que tiene la máxima potencia sea de forma directa o transformada, aunque en algunos casos la función debe ser manejada para hacerla equivalente a los modelos elaborados. Así mismo, los modelos son simples de aplicar y facilitan la enseñanza-aprendizaje del cálculo superior

Conclusiones

Se desarrollaron tres modelos matemáticos alternativos para resolver una de las problemáticas involucradas en el estudio del cálculo superior, representado por los límites de funciones algebraicas y exponenciales que tienden al infinito.

Se estudiaron 6 casos y 12 problemas modelos que evidenciaron la problemática y validaron científicamente los tres modelos desarrollados.

La investigación aporta al desarrollo científico de las ciencias técnicas, proporcionando modelos de aplicación general y facilita la enseñanza-aprendizaje del cálculo superior aplicado a ciencias económicas, comercial y duras.

Referencias bibliográficas

Calero A. (2011). Apuntes de clases de Matemáticas II. Ecuador. Universidad de Guayaquil.

Carmona, M. (1993). Matemáticas para arquitectura. México: Trillas.

Courant, R. & Fritz, J. (1999). Introducción al cálculo y al análisis matemático. Vol.I. México: Limusa S.A.

Espinoza, E. (2012). Análisis Matemático. Perú: EDUKPERÚ.

Granville, A. (2009). Cálculo Diferencial e Integral. México: Limusa S.A.

Kaisser, E. (2009). Cálculo vectorial. Bogotá:Pirámide.

Valladares, S. (2010). Solucionario de William Anthony Granville. Ecuador. MARCOVA.