



## **Desarrollo de modelos polinomiales para el cálculo de densidad de materiales azucareros en función del °Brix y Temperatura y su aplicación a sistemas informáticos**

### **Development of polynomial models for the calculation of density of sugar materials based on °Brix and Temperature and its application to computer systems**



Oscar Vasquez<sup>1</sup>  
ovasquezc@ucacue.edu.ec  
Marcos Orellana Parra<sup>1</sup>  
morellanap@ucacue.edu.ec  
Ana Hinojosa Caballero<sup>1</sup>  
aghinojosac@uacue.edu.ec

Recibido: 1/07/2017, Aceptado: 1/09/ 2017

#### **RESUMEN**

Esta investigación busca la determinación de un modelo matemático aplicado a sistemas informáticos, que permita calcular la densidad de materiales azucareros (con pureza superiores a 75%) en función de la temperatura y °Brix. Esta determinación es de sumo interés para los balances másicos azucareros que dependen de la densidad y °Brix de los materiales azucareros, ambos son influenciado por la temperatura, por lo que deben ser corregidos y llevados a 20°C, que es la temperatura estándar para los diferentes cálculos másicos en los ingenios azucareros, cuyo fin persigue determinar la eficiencia de recuperación de azúcar en la fábrica. A los diferentes datos para °Brix, densidad y temperatura utilizados en esta investigación, extraídos de los libros de tecnología azucarera de uso general en los ingenios, con el uso del programa Microsoft Excel, y aplicando los diferentes modelos de ajuste de curva, ya sea lineal, exponencial, logarítmico y polinomial, este estudio estableció el modelo polinomial en base al método de los mínimos cuadrados como una propuesta confiable para el cálculo de la densidad de materiales azucareros corregida a 20°C, considerando que en el cálculo del coeficiente de regresión sus valores obtenidos fueron de 0.99999, es decir cercano al valor ideal de un coeficiente de regresión que es 1. Además, los resultados generados por este modelo en el sistema informático fueron similares con los obtenidos en el sitio web [www.sugarengineers.co.za/density/index.php](http://www.sugarengineers.co.za/density/index.php), conociendo que este sitio web es un referente mundial en el quehacer de la ingeniería azucarera.

**Palabras clave:** °Brix, densidad, pureza, eficiencia de recuperación de azúcar, ajuste de curva

---

<sup>1</sup> Universidad Católica de Cuenca, La Troncal, Cañar, Ecuador

## **ABSTRACT**

The objective of this research pursued the determination of a mathematical model applied to a spreadsheet that allows you to calculate the density of sugar materials (with more than 75% purity) depending on the temperature and the ° Brix. This determination is of great interest for the sugar mass balance depending on the density and ° Brix sugar materials. Both are influenced by temperature, so it should be corrected and taken to 20° C, which is the standard temperature for different calculations mass in the sugar mills, which aims to determine the recovery efficiency of sugar factory. To different data for ° Brix, density and temperature used in this research, taken from the books of sugar technology, commonly used in refineries, with the use of the Microsoft Excel program, version XP or higher, applying different models of curve fit, either linear, exponential, logarithmic, and polynomial, this study establishes the polynomial model based on the method of the least squares as a proposal for the calculation of the density of sugar materials corrected at 20° C, and for this reason the results generated from this model were similar with those obtained on the web site; The Sugar Engineers, considering that this web site is a world leader in sugar work.

**Keywords:** ° Brix, purity, density, recovery efficiency of sugar, adjust curve

## **Introducción**

En los procesos industriales de la elaboración del azúcar, el control analítico del °Brix y °Pol es fundamental en el cálculo de la eficiencia de la fábrica de un ingenio azucarero, número que relaciona la cantidad de azúcar disponible en la caña previo al proceso de molienda contra la cantidad de azúcar real recuperada en el proceso productivo (Hugot, 1986; Chen, 1991; Rein, 2007). En este sentido, entre las principales operaciones unitarias azucareras se encuentra la concentración de sólidos (°Brix y °Pol) debido a la eliminación del agua del jugo de la caña por ebullición, usando como energía calorífica aquella procedente principalmente del vapor de agua generada en las calderas.

En el proceso de concentración de sólidos del jugo de la caña y otros de materiales azucareros tales como meladura, masas y mieles el °Brix incrementa su valor, pero su vez el índice de refracción que está en relación directa con el °Brix sufre cambios por efectos de la temperatura, por lo que la lectura del °Brix tomada a cualesquiera temperaturas que no sea 20 °C debe ser corregido (Chen, 1991). Por esta razón en los diferentes libros de tecnología y/o ingeniería azucarera incluyen tablas de corrección por temperatura para las mediciones de °Brix.

Esta corrección debe realizarse agregando o disminuyendo determinado valor al °Brix leído si éste es realizado por encima o debajo de los 20°C., respectivamente. A continuación, se muestra una parte de la tabla de corrección por temperatura para mediciones de °Brix, extraído de la tabla 21 del libro "Manual de Azúcar de Caña" de James Chen.

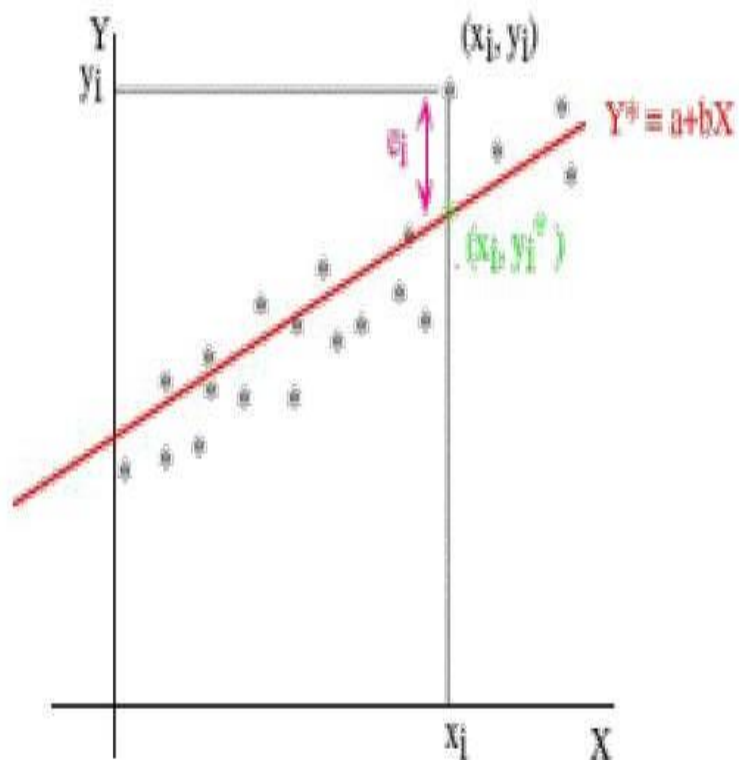
En base al nuevo valor de °Brix o °Brix corregido es posible determinar otras variables tales como la densidad del material azucarero que será utilizado para cuantificar el peso del material azucarero que se encuentra en su tanque recolector en el momento de realizar el balance de sacarosa en la fábrica. La densidad y su relación con el °Brix en función de la temperatura es encontrado en tablas publicadas en los diferentes textos de literatura azucarera, especialmente en el "Libro de Métodos

(2005)" de ICUMSA, apéndice 1 Tabla A y apéndice 2 Tabla B., libro oficial a nivel internacional que contiene los diferentes ensayos para el azúcar y sus derivados.

En las ciencias matemáticas existen métodos como el ajuste de curva que permite representar series de datos de dos variables, entre ellos datos de tablas, en forma de ecuaciones tales como la lineal y polinomial. (Kreyszing, 1980; Mason & Lind, 1998).

**Modelo Lineal:** Ajusta un conjunto de datos de dos variables a una ecuación lineal de la forma  $y = a + bx$ .

La aplicación del método de los mínimos cuadrados permite obtener los parámetros  $a$  y  $b$  de la ecuación referida. Esta técnica tiene su fundamento en la determinación de las mínimas distancias entre cada uno de los puntos y la recta, generando las siguientes derivadas parciales.



$$D = \sum_{i=1}^n e_i \quad \text{mínima}$$

$$D = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i^*)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2$$

Obteniendo las derivadas parciales e igualando a 0, las ecuaciones quedan como:

$$\frac{\partial D}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)(-1) = 0$$

$$\frac{\partial D}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)(-x_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)(x_i) = 0$$

$$na + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

Resolviendo este sistema de dos ecuaciones dará como resultados los valores de los parámetros a y b, quedando definida de esta forma la ecuación lineal.

Modelo Polinomial: Mediante el método de mínimos cuadrados, un conjunto de datos de dos variables se ajusta a una función polinomial de la forma:

$$Y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_mx^m$$

En donde la suma de los cuadrados será:

$$dst = \left( Y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2 - a_3x_i^3 - \dots - a_mx_i^m \right)^2$$

Sus derivadas parciales para un polinomio de tercer grado a aplicarse en este estudio, quedan como:

$$\frac{\partial dst}{\partial a_0} = -2 \sum_{i=0}^n (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3) \quad a)$$

$$\frac{\partial dst}{\partial a_0} = -2 \sum_{i=0}^n x_i (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3) \quad b)$$

$$\frac{\partial dst}{\partial a_0} = -2 \sum_{i=0}^n x_i^2 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3) \quad c)$$

$$\frac{\partial dst}{\partial a_0} = -2 \sum_{i=0}^n x_i^3 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - a_3 x_i^3) \quad d)$$

Obteniéndose el sistema de ecuaciones

$$a_0 n + a_1 \sum_{i=0}^n x_i + a_2 \sum_{i=0}^n x_i^2 + a_3 \sum_{i=0}^n x_i^3 = \sum_{i=0}^n y_i$$

$$a_0 \sum_{i=0}^n x_i + a_1 \sum_{i=0}^n x_i^2 + a_2 \sum_{i=0}^n x_i^3 + a_3 \sum_{i=0}^n x_i^4 = \sum_{i=0}^n x_i y_i$$

$$a_0 \sum_{i=0}^n x_i^2 + a_1 \sum_{i=0}^n x_i^3 + a_2 \sum_{i=0}^n x_i^4 + a_3 \sum_{i=0}^n x_i^5 = \sum_{i=0}^n x_i^2 y_i$$

$$a_0 \sum_{i=0}^n x_i^3 + a_1 \sum_{i=0}^n x_i^4 + a_2 \sum_{i=0}^n x_i^5 + a_3 \sum_{i=0}^n x_i^6 = \sum_{i=0}^n x_i^3 y_i$$

La solución de este sistema de ecuaciones puede obtenerse aplicando métodos numéricos tales como Gauss - Jordan, Gauss - Seidel, Jacobi.

En la Introducción el autor ofrece una visión concisa y analítica del objetivo de la ponencia, de los trabajos e investigaciones previas dedicadas a la temática, así como de los antecedentes del estudio. Desarrollo de las teorías sustantivas o enfoques que

la investigación presente. En este caso la introducción es el cuerpo de artículo.

### Método

En este estudio las tablas base para la determinación de la densidad en función del °Brix y la temperatura han sido seleccionada del "Libro de Métodos (2005)" de ICUMSA que corresponden a apéndice 1 Tabla A y apéndice 2 Tabla B. De esta última tabla en la primera fila está ubicada la temperatura que va desde 10°C hasta 80°C en intervalos de 10°C y en primera columna viene representada por °Brix (w en %) con rango de 0 a 85 °Brix en intervalos de 5 °Brix y en la intersección de fila y columna se encuentra la densidad en kg/m<sup>3</sup>, tal como se indica en la tabla 1.

**Tabla 1. Densidad en función del °Brix y Temperatura**

w en %	T en °C							
	10	20	30	40	50	60	70	80
0	999,699	998,203	995,645	992,212	988,030	983,191	977,759	971,785
5	1019,566	1017,805	1015,043	1011,453	1007,149	1002,213	996,703	990,665
10	1040,145	1038,114	1035,144	1031,394	1026,965	1021,931	1016,344	1010,244
15	1061,466	1059,161	1055,980	1052,066	1047,511	1042,378	1036,713	1030,554
20	1083,558	1080,976	1077,580	1073,501	1068,818	1063,586	1057,845	1051,629
25	1106,450	1103,589	1099,978	1095,732	1090,920	1085,589	1079,773	1073,503
30	1130,172	1127,031	1123,203	1118,790	1113,850	1108,421	1102,532	1096,213
35	1154,751	1151,331	1147,288	1142,708	1137,641	1132,116	1126,157	1119,793
40	1180,214	1176,518	1172,262	1167,519	1162,326	1156,707	1150,683	1144,281
45	1206,583	1202,619	1198,154	1193,251	1187,938	1182,229	1176,144	1169,710
50	1233,880	1229,656	1224,991	1219,935	1214,505	1208,713	1202,574	1196,116
55	1262,119	1257,649	1252,795	1247,595	1242,057	1236,189	1230,003	1223,532
60	1291,312	1286,613	1281,585	1276,253	1270,618	1264,682	1258,460	1251,986
65	1321,46	1316,56	1311,37	1305,93	1300,21	1294,22	1287,97	1281,51
70	1352,55	1347,48	1342,17	1336,62	1330,84	1324,80	1318,55	1312,11
75	1384,58	1379,37	1373,96	1368,34	1362,51	1356,46	1350,21	1343,81
80	1417,50	1412,20	1406,73	1401,08	1395,23	1389,17	1382,95	1376,62
85	1451,26	1445,94	1440,46	1434,81	1428,97	1422,94	1416,77	1410,53

Fuente: Libro de Métodos (2005)

Para valores de °Brix y temperatura impresos en esta tabla no existe dificultad para determinar la densidad del material, así por ejemplo para °Brix = 35 y temperatura = 50 °C responde a un valor de densidad de 1137.641 kg/m<sup>3</sup> o así con °Brix = 80 y temperatura = 70 genera una densidad de 1382.95 kg/m<sup>3</sup>.

Pero el uso de la tabla se vuelve dificultosa cuando hay que obtener valores de la densidad con datos de °Brix y temperatura que no constan en ella. Así por ejemplo, para °Brix = 53 y temperatura = 36.5 °C, la tabla no dispone estos valores incluido la densidad.

Como solución a esta limitante mediante la aplicación de ajuste de curva por el método de mínimos cuadrados se obtiene polinomios para cada valor de °Brix de la tabla en correspondencia con sus temperaturas.

### Desarrollo del Polinomio para 0 °Brix y Temperaturas Correspondientes

De la tabla 2 para 0 °Brix y temperatura correspondiente se calcula las diferentes sumatorias necesarias para obtener el polinomio por el método de mínimos cuadrados, obteniéndose los resultados indicados en la tabla 2.



**Tabla 2. Temperatura y Densidad para 0 °Brix**

°C	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )								
x	y	x <sup>2</sup>	x <sup>3</sup>	x <sup>4</sup>	x <sup>5</sup>	x <sup>6</sup>	x.y	x <sup>2</sup> .y	x <sup>3</sup> .y
10,00	999,70	100,00	1.000,00	10.000,00	100.000,00	1.000.000,00	9.996,99	99.969,90	999.699,00
20,00	998,20	400,00	8.000,00	160.000,00	3.200.000,00	64.000.000,00	19.964,06	399.281,20	7.985.624,00
30,00	995,65	900,00	27.000,00	810.000,00	24.300.000,00	729.000.000,00	29.869,35	896.080,50	26.882.415,00
40,00	992,21	1.600,00	64.000,00	2.560.000,00	102.400.000,00	4.096.000.000,00	39.688,48	1.587.539,20	63.501.568,00
50,00	988,03	2.500,00	125.000,00	6.250.000,00	312.500.000,00	15.625.000.000,00	49.401,50	2.470.075,00	123.503.750,00
60,00	983,19	3.600,00	216.000,00	12.960.000,00	777.600.000,00	46.656.000.000,00	58.991,46	3.539.487,60	212.369.256,00
70,00	977,76	4.900,00	343.000,00	24.010.000,00	1.680.700.000,00	117.649.000.000,00	68.443,13	4.791.019,10	335.371.337,00
80,00	971,79	6.400,00	512.000,00	40.960.000,00	3.276.800.000,00	262.144.000.000,00	77.742,80	6.219.424,00	497.553.920,00
360,00	7.906,5240	20.400,00	1.296.000,00	87.720.000,00	6.177.600.000,00	446.964.000.000,00	354.097,77	20.002.876,50	1.268.167.569,00

Fuente: Libro de Métodos (2005)

El sistema de ecuaciones queda como:

$$8a_0 + 360a_1 + 20.400a_2 + 1.296.000a_3 = 7.906,524$$

$$360a_0 + 20.400a_1 + 1.296.000a_2 + 87.720.000a_3 = 354.097,77$$

$$20.400a_0 + 1.296.000a_1 + 87.720.000a_2 + 6.177.600.000a_3 = 20.002.876,5$$

$$1.296.000a_0 + 87.720.000a_1 + 6.177.600.000a_2 + 446.964.000.000a_3 = 1.268.167.569$$

Aplicando el método de Gauss - Jordan, la solución para el sistema es:

$$a_0 = 1.000,18735714$$

$$a_1 = 0,01012392$$

$$a_2 = -0,00588445$$

$$a_3 = 0,00001653$$

El modelo polinomial para determinar la densidad en función de la temperatura a 0 °Brix queda definido con la siguiente ecuación:

$$Densidad = 0.00001653t^3 - 0.00588445t^2 + 0,01012392t + 1.000,18735714$$

Coefficiente de Correlación =  
0.999995 En donde,

Densidad = Densidad del material azucarero en kg/m<sup>3</sup>

t = Temperatura en °C.

Utilizando el mismo procedimiento de cálculo fue obtenido los polinomios para los demás valores de °Brix, mostrados a continuación.

°Brix = 5

$$Densidad = 0.00001496t^3 - 0.00551114t^2 - 0,02612662t + 1.020,37985714$$

Coefficiente de Correlación = 0.999996

°Brix = 10

$$Densidad = 0.00001344t^3 - 0.00513773t^2 - 0,06288286t + 1.041,28928571$$

Coefficiente de Correlación = 0.999997

°Brix = 15

$$Densidad = 0.00001196t^3 - 0.00476569t^2 - 0,10000740t + 1.062,94442857$$

Coefficiente de Correlación = 0.999998

°Brix = 25

$$Densidad = 0,00000912t^3 - 0.00402402t^2 - 0,17508986t + 1.108,60521429$$

Coefficiente de Correlación = 0.999999

°Brix = 30

$$Densidad = 0,00000777t^3 - 0.00365661t^2 - 0,21277146t + 1.132,66721429$$

Coefficiente de Correlación = 0.999999

°Brix = 35

$$Densidad = 0,00000649t^3 - 0.00329609t^2 - 0,25014300t + 1.157,58364286$$

Coefficiente de Correlación = 0.999999

°Brix = 40

$$Densidad = 0,00000532t^3 - 0.00294876t^2 - 0,28683178t + 1.183,37814286$$

Coefficiente de Correlación = 0.999999

°Brix = 45

$$Densidad = 0,00000424t^3 - 0.00261252t^2 - 0,32259895t + 1.210,07092857$$

Coefficiente de Correlación = 0.999999

°Brix = 50

$$Densidad = 0,00000328t^3 - 0.00229429t^2 - 0,35696111t + 1.237,67892857$$

Coefficiente de Correlación = 0.999999



°Brix = 55

$$\text{Densidad} = 0,00000247t^3 - 0,00199991t^2 - 0,38929585t + 1,266,21078571$$

Coefficiente de Correlación = 0.999999

°Brix = 60

$$\text{Densidad} = 0,00000179t^3 - 0,00172962t^2 - 0,41923716t + 1,295,67478571$$

Coefficiente de Correlación = 0.999999

°Brix = 65

$$\text{Densidad} = 0,00000129t^3 - 0,00149232t^2 - 0,44586147t + 1,326,06428571$$

Coefficiente de Correlación = 0.999999

°Brix = 70

$$\text{Densidad} = 0,00000126t^3 - 0,00133474t^2 - 0,46683081t + 1,357,34642857$$

Coefficiente de Correlación = 0.999999

°Brix = 75

$$\text{Densidad} = 0,00000101t^3 - 0,00116017t^2 - 0,48541703t + 1,389,54357143$$

Coefficiente de Correlación = 0.999999

°Brix = 80

$$\text{Densidad} = 0,00000141t^3 - 0,00109924t^2 - 0,49541955t + 1,422,55285714$$

Coefficiente de Correlación = 0.999999

°Brix = 85

$$\text{Densidad} = 0,00000227t^3 - 0,00113182t^2 - 0,49661688t + 1,456,32571429$$

Coefficiente de Correlación = 0.999999

Con estas funciones polinómicas es posible calcular la densidad de soluciones azucaradas a temperaturas entre 0 y 100 °C. Para el caso del cálculo de la densidad para valores de °Brix que no está definida su ecuación, debe procederse a realizar una interpolación ya sea lineal o polinómica.

Por ejemplo, determinar la densidad de solución de azúcar a 83 °Brix cuya temperatura es 46 °C.

Solución: Proceder primero a encontrar densidad de material a 80 °Brix y luego a 85 °Brix a la temperatura de 46°C, usando las ecuaciones polinomiales ya definidas:

$$\text{Densidad}_{80} = 0,00000141 * 46^3 - 0,00109924 * 46^2 - 0,49541955 * 46 + 1.422.55285714$$

$$\text{Densidad}_{80} = 1397,5748 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Densidad}_{85} = 0,00000227 * 46^3 - 0,00113182 * 46^2 - 0,49661688 * 46 + 1.456.32571429$$

$$\text{Densidad}_{85} = 1431,3074 \text{ kg/m}^3$$

Luego con estas dos densidades interpolar la densidad al °Brix de 83, aplicando el modelo lineal siguiente:

$$\text{Densidad}_x = \frac{(\text{Densidad2}-\text{Densidad1})}{(\text{Brix2}-\text{Brix1})} \cdot (\text{Brix}_x - \text{Brix1}) + \text{Densidad1}$$

$$\text{Densidad}_{83} = \frac{(1431.3074-1397.5748)}{(85-80)} \cdot (83 - 80) + 1397.5748$$

$$\text{Densidad}_{83} = 1417.8144 \text{ kg/m}^3$$

Una vez definido todos los modelos matemáticos a utilizarse en la determinación de la densidad de soluciones azucaradas en función del °Brix y temperatura, usando la aplicación Excel de Microsoft Office se procede a programar las diferentes funciones para automatizar este cálculo.

A continuación, detalle de la programación en Microsoft Visual Basic para Aplicaciones incluido en Excel.

```

' Programa para Calcular la Densidad de Soluciones Azucaradas entre 0 - 100 °C y 0 - 100 °Brix
' Modelos Polinómicos generados previamente por el método de mínimos cuadrados
' Realizado por Oscar Vásquez C.

Public densi
  Función densidad(brix, temperatura)
  If brix > 100 Or brix < 0 Or temperatura > 100 Or temperatura < 0 Then
    MsgBox "Datos de °Brix o Temperatura Fuera de rango, sus valores deben estar entre 0 y 100, no se puede determinar Densidad. Revise Dato y vuelva a intentar", vbCritical
    densidad = 0
  Else
    parteentera = Int(brix / 10)
    partedeci = brix - 10 * parteentera
    If partedeci < 5 Then
      inferior = parteentera * 10
      Call polinomio(inferior, temperatura)
      densi1 = densi
      superior = parteentera * 10 + 5
      Call polinomio(superior, temperatura)
      densi2 = densi
    Else
      inferior = parteentera * 10 + 5
      Call polinomio(inferior, temperatura)
      densi1 = densi
      superior = parteentera * 10 + 10
      Call polinomio(superior, temperatura)
      densi2 = densi
    End If
    ' Interpolación Lineal para la densidad
    densidad = (densi2 - densi1) / (superior - inferior) * (brix - inferior) + densi1
  End If
End Function

Sub polinomio(limite, temp)

  Select Case limite
    Case 0
      densi = 0.00001653 * temp^3 - 0.00588445 * temp^2 + 0.01012392 * temp + 1000.18735714
    Case 5
      densi = 0.00001496 * temp^3 - 0.00551114 * temp^2 - 0.02612662 * temp + 1020.37985714
    Case 10
      densi = 0.00001344 * temp^3 - 0.00513773 * temp^2 - 0.06288286 * temp + 1041.28928571
    Case 15
      densi = 0.00001196 * temp^3 - 0.00476569 * temp^2 - 0.10000740 * temp + 1062.94442857
    Case 20
      densi = 0.00001050 * temp^3 - 0.00439183 * temp^2 - 0.13756616 * temp + 1085.37485714
    Case 25
      densi = 0.00000912 * temp^3 - 0.00402402 * temp^2 - 0.17508986 * temp + 1108.60521429
    Case 30
      densi = 0.00000777 * temp^3 - 0.00365661 * temp^2 - 0.21277146 * temp + 1132.66721429
  End Select
End Sub

```

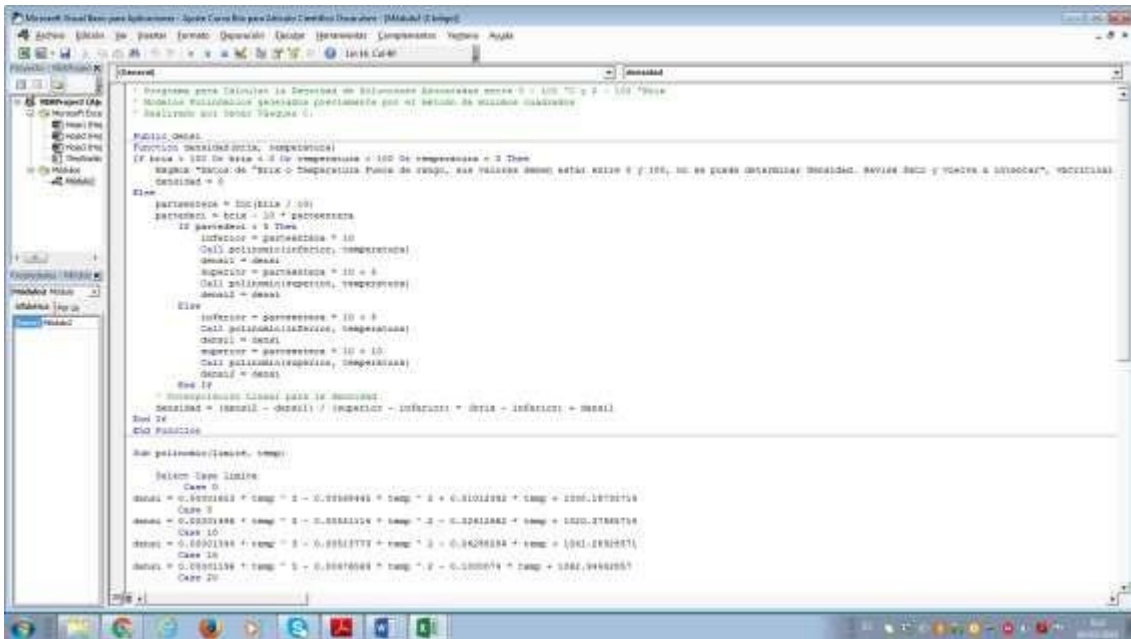
```

Case 35
  densi = 0.00000649 * temp^3 - 0.00329609 * temp^2 - 0.25014300 * temp + 1157.58364286
Case 40
  densi = 0.00000532 * temp^3 - 0.00294876 * temp^2 - 0.28683178 * temp + 1183.37814286
Case 45
  densi = 0.00000424 * temp^3 - 0.00261252 * temp^2 - 0.32259895 * temp + 1210.07092857
Case 50
  densi = 0.00000328 * temp^3 - 0.00229429 * temp^2 - 0.35696111 * temp + 1237.67892857
Case 55
  densi = 0.00000247 * temp^3 - 0.00199991 * temp^2 - 0.38929585 * temp + 1266.21078571
Case 60
  densi = 0.00000179 * temp^3 - 0.00172962 * temp^2 - 0.41923716 * temp + 1295.67478571
Case 65
  densi = 0.00000129 * temp^3 - 0.00149232 * temp^2 - 0.44586147 * temp + 1326.06428571
Case 70
  densi = 0.00000126 * temp^3 - 0.00133474 * temp^2 - 0.46683081 * temp + 1357.34642857
Case 75
  densi = 0.00000101 * temp^3 - 0.00116017 * temp^2 - 0.48541703 * temp + 1389.54357143
Case 80
  densi = 0.00000141 * temp^3 - 0.00109924 * temp^2 - 0.49541955 * temp + 1422.55285714
Case 85
  densi = 0.00000227 * temp^3 - 0.00113182 * temp^2 - 0.49661688 * temp + 1456.32571429
Case 90
  densi = 0.000008 * temp ^ 3 - 0.001713 * temp ^ 2 - 0.47995555 * temp + 1490.813287
Case 95
  densi = 0.00001 * temp ^ 3 - 0.001992 * temp ^ 2 - 0.457506 * temp + 1525.881119
Case 100
  densi = 0.000011 * temp ^ 3 - 0.002099 * temp ^ 2 - 0.43596 * temp + 1561.512587
End Select
End Sub
  
```

**Gráfico 1. Programación en Microsoft Visual Basic para Aplicaciones incluido en Excel**

Fuente: Elaboración propia

El módulo de programación Visual Basic de Excel para la función en estudio puede verse en el siguiente gráfico:



**Gráfico 2. Módulo de programación Visual Basic de Excel**

Fuente: Elaboración propia

Una vez realizado la programación, queda registrado automáticamente en la hoja de Excel una nueva función de nombre densidad que utiliza dos parámetros, °Brix y temperatura.

Entonces en cualquier celda puede ingresarse esta función con los dos parámetros para obtener su resultado, tal como indica la siguiente figura.

**Resultados**

Una serie de datos para ° Brix y temperatura fueron ensayados en la hoja de cálculo que contenía la función para el cálculo de la densidad indicado anteriormente y sus resultados fueron comparados con las densidades que arrojo la aplicación web The Sugar Engineers en lo que corresponde a propiedad de materiales. Los resultados comparativos se muestran en la siguiente tabla.

**Tabla 3. Resultados comparativos The Sugar Engineers**

° Brix	Temperatura °C	Densidad (kg/m³)
18,25	35,25	1.068,00
38,45	56,50	1.151,09
62,48	70,00	1.273,11
70,00	=densidad(112;70)	

Fuente: Elaboración propia.



**Tabla 4. Resultados comparativos de densidades**

° Brix	Temperatura °C	Densidad Polinomio (kg/m <sup>3</sup> )	Densidad Sugar Engineers (kg/m <sup>3</sup> )	Diferencia (*)
5	20	1.017,77	1.017,8	0,00
10	22	1.037,56	1.037,6	0,00
15	24	1.057,96	1.058,0	0,00
20	35	1.075,63	1.075,6	0,00
25	38	1.096,64	1.096,6	0,00
30	40	1.118,80	1.118,8	0,00
35	42	1.141,74	1.141,7	0,00
40	48	1.163,40	1.163,4	0,00
45	50	1.187,94	1.187,9	0,00
50	55	1.211,65	1.211,7	0,00
55	57	1.237,98	1.238,0	0,00
60	60	1.264,68	1.264,7	0,00
65	62	1.292,99	1.293,0	0,00
70	65	1.321,71	1.321,7	0,00
75	68	1.351,49	1.351,5	0,00
80	72	1.381,71	1.381,7	0,00
85	74	1.414,30	1.414,3	0,00
90	80	1.445,55	1.445,5	0,00

Fuente: Elaboración propia

(\*): El valor de densidad de polinomio fue redondeado a un decimal debido a que la densidad del sistema Sugar Engineers solo arroja valores con un decimal.

### Discusión

Los resultados de densidad en función de °Brix y temperatura obtenidos en la hoja de Excel programada y en el sistema Sugar Engineers ([www.sugarengineers.co.za/density/index.php](http://www.sugarengineers.co.za/density/index.php)) todos fueron similares, presentado diferencia en el segundo decimal pero esencialmente porque el sistema Sugar Engineers despliega resultados con precisión de valores de un decimal y no permite una comparación exhaustiva, sin embargo la aplicación de estos modelos polinómicos para el cálculo de la densidad de materiales azucareros presenta confiabilidad en su uso porque el coeficiente de correlación (r) obtenido para cada polinomio correspondía a un valor de 0.99999, cercano al ideal de 1. Una gran ventaja que presenta este modelo matemático en Excel es que permite ingresar datos °Brix entre el rango de 0.00 a 100.00 y para la temperatura entre el rango de 0.00 °C a 100 .00°C, incluyendo valores decimales para ambas variables; no así el Sistema Sugar Engineers que solo permite ingresar valores enteros tanto para °Brix como para temperatura, con rangos entre 5 a 90 para °Brix y 20°C a 80°C para la temperatura.



**Referencias bibliográficas**

- Bartens K. Leithold, L. ( 2000). *El Cálculo*. 7ma. Edición. México. Editorial Universitaria Iberoamericana.
- ICUMSA (2006). *Libro de Métodos*. Berlin. Verlag Dr.
- Chen, C.P (1991). *Manual del azúcar de caña*. México. Editorial Limusa.
- Hugot, E. (1986). *Handbook of Cane Sugar Engineering*. Holland. 3ra Edition. Amsterdam. Elsevier.
- Kreyszig, E. (1980). *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería*. México. Editorial Limusa.
- Mason, R., & Lind, D. (1998). *Estadística para Administración y Economía*. 8va. Edición. México. Alfaomega Grupo Editor.
- Rein, P. (2007). *Cane Sugar Engineering*. Berlin. Verlag Dr.