

Guía didáctica basada en la modelización matemática para la enseñanza de las aplicaciones de las derivadas

Didactic Guide Based on Mathematical Modeling for Teaching Applications of the Derivative

Anahí Illescas Rojas¹⁰
anahi.illescas@ucuenca.edu.ec
ORCID: 0009-0002-3857-1004



Tatiana Quezada Matute¹¹
tatiana.quezada@ucuenca.edu.ec
ORCID: 0000-0003-2730-9342

Recibido: 4/ 12 /2024; Aceptado: 3/ 2/ 2025

Resumen

En el ámbito educativo, la enseñanza de las aplicaciones de las derivadas suele ser superficial, debido a la falta de recursos didácticos y/o tiempo. Los docentes se centran en procesos algorítmicos y mecánicos, limitando que los estudiantes comprendan la relevancia de las derivadas para resolver problemas reales. Este artículo propone estrategias didácticas basadas en modelización matemática para la enseñanza de aplicaciones de las derivadas, como tasas de variación y problemas de optimización. Además, busca diseñar un recurso educativo que permita una enseñanza más interactiva, apoyada en el constructivismo y el aprendizaje significativo, orientada a la resolución de problemas contextualizados. El artículo emplea un enfoque cualitativo y metodología mixta, realizando un análisis exhaustivo de fuentes bibliográficas y entrevistas a docentes de una institución urbana en Cuenca, Ecuador, dentro del Distrito 01D01 de la Zonal 6. Los resultados demuestran la importancia de emplear estrategias pedagógicas prácticas e innovadoras para enseñar aplicaciones de las derivadas, facilitando una transición hacia nuevos conceptos. Aunque los docentes valoran la modelización matemática, su uso es limitado por falta de tiempo, lo cual refuerza el uso de métodos tradicionales y percepciones negativas hacia las derivadas. Por esta razón, se desarrolló una guía didáctica basada en la modelización matemática, que apoya significativamente al docente en la enseñanza de esta temática, ofreciendo herramientas tecnológicas y actividades que den significado a las aplicaciones de las derivadas en el mundo real. Así, se busca reducir la dependencia de métodos tradicionales y destacar los beneficios de la modelización matemática en el aprendizaje.

Palabras clave: aprendizaje significativo, constructivismo, problemas contextualizados, herramientas tecnológicas.

Abstract

In the educational field, the teaching of derivative applications is often superficial due to a lack of teaching resources and/or time. Educators tend to focus on algorithmic and mechanical processes, limiting students' understanding of the relevance of derivatives in solving real-world problems. This article proposes didactic strategies based on mathematical modeling for teaching applications of derivatives,

¹⁰ Licenciada en Pedagogía de las Matemáticas y la Física, Universidad de Cuenca, Ecuador

¹¹ Magister en Matemática Aplicada, Universidad de Cuenca, Ecuador

such as rates of change and optimization problems. Additionally, it aims to design an educational resource that facilitates a more interactive teaching approach, supported by constructivism and meaningful learning, oriented toward solving contextualized problems. The article employs a qualitative approach and mixed methodology, conducting a thorough analysis of bibliographic sources and interviews with teachers from an urban institution in Cuenca, Ecuador, within the 01D01 District of Zone 6. The results demonstrate the importance of using practical and innovative pedagogical strategies to teach derivative applications, facilitating a transition to new concepts. Although educators value mathematical modeling, its use is limited by a lack of time, reinforcing traditional methods and negative perceptions of derivatives. Therefore, a didactic guide based on mathematical modeling was developed to significantly support teachers in this topic, providing technological tools and activities that give meaning to the applications of derivatives in the real world. This aims to reduce reliance on traditional methods and highlight the benefits of mathematical modeling in learning.

Keywords: meaningful learning, constructivism, contextualized problems, technological tools.

Introducción

Con el constante desarrollo tecnológico del mundo actual, la derivada es una herramienta matemática esencial debido a su gran capacidad para modelar y solucionar problemas de diversas áreas del conocimiento y la vida cotidiana. Sus aplicaciones superan los límites de un aula de clase, pues permite analizar fenómenos y situaciones del mundo real desde una perspectiva matemática. Al mismo tiempo, establece conexiones con saberes de otros campos como la física, la economía y las ciencias naturales, con el fin de encontrar soluciones óptimas a problemas complejos que pueden surgir en estos ámbitos.

Sin embargo, en el contexto del Bachillerato General Unificado, la enseñanza de este concepto se ve completamente limitada por un enfoque algorítmico y mecánico que no solo obstaculiza la comprensión integral de la derivada, sino que también promueve en los educandos una percepción negativa de las matemáticas como un conjunto de fórmulas abstractas desconectadas del entorno en el que interactúan. Según Herrera (2024) al analizar la tasa de reprobación en la asignatura de cálculo diferencial en el nivel superior, se observan indicadores altos, siendo un factor clave para que estudiantes de carreras relacionadas con la ingeniería y ciencias exactas no finalicen sus estudios universitarios.

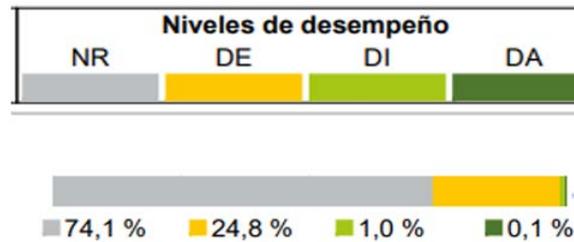
La tendencia de los docentes a abordar esta temática de forma superficial es consecuencia de la escasez de tiempo, junto con la presión de cumplir con los planes curriculares. Los estudiantes de cálculo diferencial a menudo no desarrollan una concepción adecuada del objeto matemático, lo que les impide comprender su utilidad y aplicación en contextos reales, debido a la fuerte carga operativa de los cursos y a una enseñanza tradicional (Herrera, 2024; Herrera y Padilla, 2020).

En adición de las dificultades observadas en la enseñanza de las aplicaciones de las derivadas, los resultados de las pruebas Ser Estudiantes (SETS) realizadas a alumnos de Bachillerato durante el período 2021-2022 reflejan desafíos significativos en el desarrollo de pensamiento lógico y crítico en el ámbito matemático lo cual revela una realidad preocupante. Mostraron que el rendimiento de los estudiantes se situó en un nivel de logro elemental, con una puntuación media de 693/1000.

Específicamente, el estándar educativo matemático (E.M.5.5), que mide la capacidad de los estudiantes para calcular e interpretar derivadas e integrales, graficar funciones y resolver problemas de optimización, indica que los alumnos necesitan un refuerzo considerable en estas competencias clave. Esta deficiencia recalca la necesidad de desarrollar estrategias pedagógicas que no solo fortalezcan el conocimiento técnico, sino que también promuevan un aprendizaje significativo en los estudiantes (Instituto Nacional de Evaluación Educativa, 2023).

La evaluación indica que, a pesar de la gran importancia de estos conceptos en la formación matemática integral, se identifica un vacío en la asimilación y la aplicación práctica de los mismos. Con respecto Herrera y Moreno (2021), Cuesta et al. (2021) indican que los docentes tienen preferencia en metodologías tradicionales al momento de impartir temáticas relacionadas con el cálculo diferencial.

Figura 1. Porcentajes del estándar E.M.5.5



Fuente: Instituto Nacional de Evaluación Educativa

Otros estudios que abordan la misma problemática incluyen:

“Optimización de funciones con derivadas en aula invertida: estudio a través de múltiples estrategias didácticas” realizado por López et al. (2023). Este estudio se centra en la alta tasa de reprobación en matemáticas y los desafíos que enfrentan los estudiantes en las aplicaciones de derivadas, especialmente en la optimización de funciones. Se propone el aula invertida como una solución efectiva.

“Habilidades tecnológicas del Cálculo Diferencial” de Herrera y Moreno (2021), que destaca el enfoque tradicional de los docentes en la enseñanza de esta asignatura y la necesidad de implementar recursos tecnológicos para lograr clases más dinámicas e interactivas.

“Habilidades procedimentales del cálculo diferencial en bachillerato” realizado por Cuesta et al. (2021), cuyo objetivo es examinar las habilidades procedimentales que los estudiantes de nivel medio superior han desarrollado al resolver ejercicios sobre límites y derivadas, así como su capacidad para aplicar estos conocimientos en situaciones concretas.

Este artículo presenta el desarrollo de una guía didáctica innovadora para la enseñanza de las aplicaciones de la derivada, basada en la modelización matemática. Dicha guía tiene como objetivo proporcionar a los docentes herramientas que promuevan una enseñanza más interactiva y dinámica, incorporando recursos tecnológicos y metodologías que faciliten la resolución de problemas contextualizados. De esta manera, se busca transformar la enseñanza de las derivadas en una experiencia significativa, donde los estudiantes no solo adquieran habilidades técnicas, sino también una comprensión profunda de su relevancia en la resolución de problemas del mundo real.

Marco teórico

Enseñanza del cálculo diferencial

La importancia de la enseñanza del cálculo diferencial radica en su aporte al desarrollo cognitivo y matemático de los estudiantes, sin embargo, se han presentado serias dificultades al impartir temas vinculados con esta materia. Los docentes priorizan el análisis del componente procedimental sobre la comprensión y reflexión de los contenidos, enfocándose en el desarrollo de procesos mecánicos sin permitir que los estudiantes logren una asimilación profunda de los conceptos (Herrera y Moreno, 2021; Alfaro y Fonseca, 2019)

El uso de recursos pedagógicos y técnicas de enseñanza que fortalezcan el proceso de aprendizaje en esta asignatura no solo mejora las habilidades técnicas de los estudiantes, sino que también sienta bases sólidas para su comprensión del contenido. Esto los prepara para asimilar y resolver situaciones tanto académicas como cotidianas. Byerley (2019) menciona que la experiencia de los estudiantes en cálculo influye en su decisión de seguir en carreras STEM, y aunque se sugiere la enseñanza conceptual como solución, su efectividad varía según la capacidad de comprensión de cada estudiante, relacionada con sus conocimientos previos.

Con respecto, Oliveira et al. (2023), Mora (2024), Medina et al. (2018) y Cuesta et al. (2021) mencionan que la enseñanza de Cálculo Diferencial enfrenta altos índices de reprobación en Latinoamérica, debido a un enfoque teórico aplicado en contextos simbólicos e hipotéticos, deficiencias formativas de los estudiantes, falta de preparación pedagógica en los docentes y la complejidad de los temas.

Por esta razón, una adecuada enseñanza de esta rama de la matemática en el bachillerato influye significativamente en el avance académico de los estudiantes, lo que resalta la necesidad de adoptar estrategias que ofrezcan una formación integral, abordando aspectos procedimentales, conceptuales y actitudinales (Herrera, 2024). Es indispensable el desarrollo de estrategias didácticas que propicien una concepción con significancia y contextualizada, de modo que los estudiantes estén mejor preparados para abordar con éxito situaciones cotidianas que requieren habilidades de pensamiento crítico y lógico.

Guía didáctica

La guía didáctica es un recurso que orienta y facilita el proceso de enseñanza-aprendizaje, promoviendo la interacción entre los docentes y los estudiantes, así como la conexión con objetivos, contenidos, estrategias metodológicas, recursos didácticos, formas de organización de la enseñanza y evaluación. Se entiende también como un documento que ayuda a los estudiantes a acercarse al material didáctico y a los procesos cognitivos, permitiéndoles trabajar de manera autónoma. (Castro y Báez, 2022; Castillo et al. 2023, Pino y Urías, 2021). En términos concretos, se trata de un documento, ya sea digital o físico, que plasma el proceso de enseñanza-aprendizaje que se llevará a cabo para abordar un tema específico.

Modelización matemática

En relación con la modelización matemática, Alsina et al. (2021), Ledezma et al. (2024) indican que se trata de un proceso que utiliza las matemáticas para representar, analizar y predecir fenómenos del mundo, creando así una conexión entre las matemáticas y la realidad. Por lo tanto, la modelización matemática se convierte en un lenguaje universal que facilita el análisis, la predicción y la comprensión de situaciones complejas. A través de la creación de modelos matemáticos, se puede evidenciar la aplicabilidad de un tema específico.

En respuesta a las exigencias del mundo actual, la modelización matemática ha ganado relevancia, lo que ha provocado un cambio en el enfoque educativo. Es esencial formar personas competentes que puedan enfrentar y solucionar problemas cotidianos desde una óptica matemática, integrando estos conocimientos con otras disciplinas (Ledezma et al., 2024; Gutiérrez y Gallegos, 2021).

La modelización matemática es una herramienta primordial para desarrollar habilidades críticas y de razonamiento lógico en los estudiantes. Al enfrentarse a actividades de modelización, no solo deben dominar los contenidos matemáticos, sino también vincularlos con el contexto en el que se encuentran y con conocimientos de otras ciencias, promoviendo al mismo tiempo la interdisciplinariedad. Según Bliss y Libertini (2019), las actividades de modelización son recursos valiosos para el proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas, pero es fundamental tener en cuenta el contexto en el que se llevará a cabo la modelización. Igualmente, Spooner et al. (2024) sugirieron utilizar contextos que aporten a los alumnos un significado a la actividad que estén realizando, ya que se ha evidenciado que al asignar tareas que requieran de la construcción de modelos matemáticos basados en la realidad son asimilados con mayor facilidad por los educandos.

Metodología

La metodología planteada responde a las exigencias del mundo actual, donde la tecnología ha adquirido una influencia significativa en el ámbito educativo. Su enfoque es cualitativo debido a que su objetivo principal es analizar las perspectivas y opiniones de los docentes sobre la enseñanza de las aplicaciones de las derivadas y la modelización matemática. En base al análisis de la información recolectada se seleccionaron las estrategias de enseñanza para la estructuración de las clases que conformaron la guía didáctica.

Entrevistas

La técnica que se empleó fue la entrevista, dicha entrevista constaba de un cuestionario con las siguientes preguntas abiertas: ¿qué título académico tiene?, ¿cuántos años tiene de experiencia docente?, ¿en qué colegios ha trabajado (fiscal, fiscomisional y/o particular) ?, ¿en qué niveles educativos (EGB o BGU) ha impartido la asignatura de Matemáticas?, ¿y cuánto tiempo (en años)?, ¿qué concepto tiene de derivada?, ¿cuáles son las principales dificultades al momento de enseñar las aplicaciones de la derivada?, ¿qué recursos de enseñanza implementó para impartir la temática?, ¿cuál es la importancia de la enseñanza de las aplicaciones de las derivadas?, ¿conoce sobre la modelización matemática y los beneficios de implementarla en la enseñanza?, ¿aplicaría la modelización matemática para enseñar las aplicaciones de la derivada?, ¿cree que existirían dificultades al momento de enseñar la construcción de modelos matemáticos, relacionados con la modelización matemática?. Cada pregunta estaba orientada a indagar en la preparación académica y profesional del docente, sus estrategias pedagógicas, las dificultades percibidas en la enseñanza de las aplicaciones de las derivadas, y su conocimiento y disposición para implementar la modelización matemática como recurso didáctico. Los resultados permitieron comprender mejor las prácticas docentes y los retos asociados con la enseñanza de estos conceptos complejos, así como identificar áreas de mejora en la integración de enfoques más dinámicos y efectivos.

Las entrevistas se aplicaron a dos docentes de una unidad educativa del sector urbano de Cuenca, se tomó a la población total ya que en dicha institución existían solo dos docentes que se encargaban del área de matemática en el nivel de bachillerato general unificado y técnico. La participación de los docentes en la investigación fue de manera voluntaria y libre. Las entrevistas se llevaron a cabo antes del inicio de la jornada de clases con una duración de 30 minutos aproximadamente. Posterior a esto, se transcribió las entrevistas con la herramienta web Happyscribe y se otorgó seudónimos a los docentes, docente 1 y docente 2, con el objetivo de mantener la confidencialidad de las respuestas. Por último, se analizó la información clave la cual se clasificó en categorías y subcategorías.

Resultados y discusión

Al examinar las respuestas de los entrevistados, un aspecto importante a considerar es que ambos docentes poseen un título universitario en Ingeniería. No obstante, su experiencia docente supera los 10 años, enfocada en el nivel de Bachillerato y en diversas instituciones educativas. Surgieron varias temáticas principales: la conceptualización y enseñanza de la derivada, la importancia de sus aplicaciones, la modelización matemática y su implementación en la enseñanza. A partir de esto, se identificaron las siguientes categorías y subcategorías.

Tabla 1. Categorización

Tema principal	Categorías	Subcategorías
Enseñanza de las aplicaciones de la derivada y modelización matemática.	Metodología de enseñanza.	<ul style="list-style-type: none"> • Conceptualización de la derivada. • Enfoques pedagógicos • Recursos didácticos
	Perspectivas sobre la enseñanza.	<ul style="list-style-type: none"> • Importancia de la enseñanza de la deriva • Visión sobre la modelización matemática.
	Desafíos en la enseñanza.	<ul style="list-style-type: none"> • Dificultades pedagógicas • Implementación de nuevas estrategias.

Fuente: Illescas (2024)

En cuanto a la metodología de enseñanza, los entrevistados mencionaron que entienden la derivada desde dos perspectivas básicas: geométrica, como la pendiente de una recta tangente a una curva, y física, la velocidad como una razón de cambio. El docente 2 enfatiza que es más fácil comenzar con la interpretación geométrica, ya que por medio de las gráficas es posible visualizar y comprender mejor estos temas.

Respecto a los recursos didácticos, los docentes señalaron que los proyectos interdisciplinarios permitieron el uso de materiales concretos, como la elaboración de recipientes optimizando su volumen. Esto facilitó que los estudiantes investiguen y resuelvan problemas prácticos, lo cual impactó positivamente al significado que los educandos dan a la derivada. El docente 1 destacó que actividades concretas, como calcular parámetros y construir recipientes, fomentaron en los estudiantes un aprendizaje significativo con relación a conceptos abstractos como la ecuación de la recta, la velocidad y la aceleración.

En base a esto, se reafirma que el aporte de las actividades prácticas para una captación completa de los conceptos matemáticos es considerable. Asimismo, aumentan la motivación e interés de los estudiantes. Otros recursos didácticos incluyen hojas para dibujos, laboratorios con herramientas para visualizar gráficamente conceptos matemáticos, y el uso de audios y videos para enriquecer la experiencia educativa.

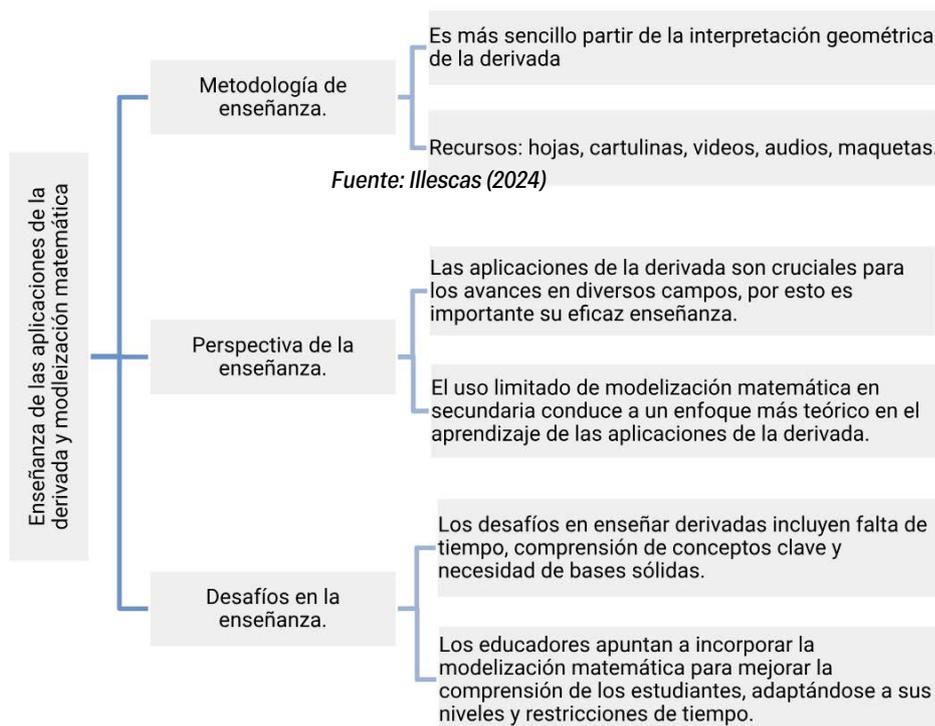
En términos pedagógicos, los educadores subrayan la importancia de las aplicaciones de las derivadas, ya que son fundamentales en matemáticas y en diversas áreas del conocimiento, como la ingeniería y las ciencias. Recomiendan incluir estos temas desde etapas tempranas de la educación para establecer una base sólida.

Los docentes reconocen los beneficios de la modelización matemática en la enseñanza y su capacidad para facilitar la comprensión de conceptos como las derivadas en contextos reales. Sin embargo, señalan que en el nivel secundario esta práctica suele omitirse, optando por enfoques tradicionales que limitan a los estudiantes a resolver ejercicios de forma mecánica. Esto genera una comprensión superficial de la derivada y dificulta su aplicación en problemas del mundo real.

Los entrevistados sugieren que la modelización ayuda a los estudiantes a entender el origen y propósito de las fórmulas, promoviendo un aprendizaje más significativo. Sin embargo, advierten que el tiempo limitado y el hecho de abordar el tema hacia el final del programa escolar complican su implementación efectiva. También identifican el requerimiento de partir de conocimientos básicos geométricos y

algebraicos, asimismo de emplear materiales concretos y proyectos interdisciplinarios, lo que facilita la conexión entre los conceptos matemáticos y su aplicabilidad práctica. En el siguiente organizador gráfico se presentan las ideas claves identificadas:

Figura 1. Enseñanza de las aplicaciones de la derivada y modelización matemática



Discusión

El análisis de la información revela que los educadores tienen una perspectiva positiva sobre la modelización matemática, ya que sus beneficios no solo abarcan el fortalecimiento de la comprensión y retención de conceptos, sino que también permiten a los estudiantes dimensionar cómo los conocimientos teóricos adquiridos en clase son aplicables en el entorno con el que interactúan constantemente. Por esta razón, Spooner et al. (2024), Dunn y Marshman (2019) subrayan el valor de disponer de un marco didáctico que vincule las matemáticas con el mundo real a través del uso de datos y contextos auténticos. Esto posibilita a los estudiantes evidenciar la aplicación de la matemática en la descripción del mundo real y fomenta el desarrollo de sólidas habilidades de modelado matemático lo que garantiza un aprendizaje más efectivo y fluido. También, Klymchuk y Spooner (2020) notaron que es indispensable la formulación de problemas contextualizados en situaciones reales para descartar la percepción de la matemática como una actividad aislada y abstracta. En este sentido, se reconoce que la derivada tiene numerosas aplicaciones en diversos ámbitos del mundo real. Sin embargo, es responsabilidad del docente resaltar ante los estudiantes todas estas aplicaciones para que comprendan la relevancia del tema y se sientan motivados a involucrarse. De este modo, se forma a estudiantes comprometidos y competentes en la resolución de problemas.

Los resultados de estas entrevistas revelan una visión crítica sobre los desafíos y oportunidades en la enseñanza de las aplicaciones de la derivada. Por otro lado, destacan la necesidad de incluir estrategias pedagógicas que sean básicas, prácticas e innovadoras que faciliten un cambio progresivo desde los conceptos y principios previos de los estudiantes hacia los nuevos conocimientos. Se hace hincapié que el limitado tiempo que se dispone para abordar temas complejos como las aplicaciones de las derivadas constituye una barrera significativa,

esto provoca que los docentes prefieran usar metodologías tradicionales, pues las actividades de modelización matemática demandan de un tiempo considerable, no obstante, se debe priorizar los beneficios que aporta la misma al desenvolvimiento social y desarrollo de habilidades cognitivas de los educandos. Con respecto a esto, Stohmann y Yang (2021) mencionan que la modelización matemática no solo desarrolla la comprensión matemática, sino que promueve el trabajo en equipo y las prácticas de comunicación de los estudiantes.

Estructuración de la guía

Es evidenciable el aumento del uso de recursos tecnológicos en el aula de clases, pues una adecuada selección de herramientas digitales por parte del docente genera un impacto positivo a nivel actitudinal y cognitivo en los educandos, enriqueciendo así el proceso de enseñanza-aprendizaje. Con respecto a esto, Herrera y Moreno (2021) mencionan que es sustancial implementar nuevas alternativas y herramientas para ofrecer una educación actualizada que responda a las demandas del mundo actual. Este es el desafío que enfrentarán los docentes en el futuro. Al considerar este aspecto, en la guía propuesta se plantean diferentes actividades mediante la utilización de simuladores, videos, páginas web, entre otros. El objetivo es entregar el contenido a los alumnos de forma atractiva.

Otro punto es que los libros de texto, y en general los problemas sobre aplicaciones de las derivadas, suelen estar situados en escenarios hipotéticos y simbólicos. Esto es desfavorecedor para el aprendizaje significativo de los estudiantes, pues promueve la visión abstracta sobre la derivada y su desconexión con aplicaciones en diversos ámbitos del mundo real. Por esta razón, todos los problemas de aplicación que se proponen en la guía se basan en la modelización matemática ya que actúa como un vínculo efectivo entre la teoría abstracta y las aplicaciones prácticas, siendo esencial para la asimilación y resolución de problemas contextualizados a situaciones que los estudiantes observan en su entorno diario.

La guía se organiza en tres clases: las dos primeras tratan la interpretación geométrica y física de la derivada de funciones polinómicas, mientras que la tercera se centra en la modelización de situaciones reales o hipotéticas con funciones cuadráticas, aplicando los conceptos previos. Cada clase aborda una destreza específica: M.5.1.49, M.5.1.36 y M.5.1.37, respectivamente. Estas destrezas se enfocan en interpretar geométrica y físicamente la primera y segunda derivada de funciones polinomiales, con el apoyo de las TIC, para luego resolver y plantear problemas reales o hipotéticos a través de la construcción de modelos matemáticos con derivadas de funciones cuadráticas (MINEDUC, 2016). Además, se utiliza un ciclo de aprendizaje distinto en cada clase para evitar la monotonía.

La primera clase se dedica a la interpretación geométrica y física de la primera derivada. Sirve como una introducción para las siguientes sesiones y consolida las bases conceptuales necesarias para comprender los ejercicios propuestos. Esta sesión sigue el ciclo de indagación (indagación, acción y reflexión). Se inicia con una pregunta clave: ¿Cuál es la interpretación geométrica y física de la primera derivada?, con el fin de que los estudiantes encuentren la respuesta a lo largo de la clase. Además, se plantean preguntas introductorias. En la fase de acción, los simuladores desempeñan un papel fundamental, ya que permiten a los estudiantes verificar de manera práctica los conceptos. Los videos interactivos refuerzan el aprendizaje durante su visualización. Al final, se proponen ejemplos y la creación de organizadores gráficos para garantizar el entendimiento de la interpretación geométrica y física de la primera derivada, tanto teórica como prácticamente. Como tarea, se asigna la resolución de una hoja de trabajo y la revisión de un objeto de aprendizaje en eXeLearning.

Para la segunda clase, se sigue el ciclo de anticipación, construcción y consolidación. Esta sesión se centra en la interpretación física de la segunda derivada. En la anticipación, se realiza una discusión guiada con preguntas intercaladas, basadas en lo revisado previamente en el objeto de aprendizaje. Para la fase de construcción, se propone la resolución de ejercicios y la creación de una infografía sobre los elementos clave de la interpretación física de la segunda derivada. En la consolidación, se llevará a cabo una práctica experimental con el apoyo de laboratorios virtuales, que se realizará de manera colaborativa. En este apartado se incluye el informe de práctica que los estudiantes deberán completar. Cabe destacar que cada actividad destinada al estudiante va acompañada del instrumento de evaluación para el docente. Asimismo, se asigna una hoja de trabajo como tarea para la casa.

En la tercera clase, aplicaciones de las derivadas con modelización matemática, se desarrolla en base al ciclo ERCA (Experiencia, Reflexión, Conceptualización y Aplicación). Como primer punto se muestra una infografía para el docente sobre la modelización matemática que abarca su concepto, ventajas y desventajas, importancia, proceso y evaluación. En el apartado de experiencia, se toma como referencia la práctica de laboratorio realizada en la anterior clase, simultáneamente en la reflexión se plantea una lluvia de ideas implementando herramientas digitales. Para la conceptualización, se presentan tres situaciones de la vida real que pueden ser modelizadas con funciones cuadráticas. Adicionalmente, se plantea 4 problemas de modelización en los cuales se presenta una contextualización y preguntas de preparación. En la fase de aplicación, se plantean tres ejercicios de modelización contextualizados en la ciudad de Cuenca, cuyo propósito es que los estudiantes comprueben cómo un concepto matemático como la derivada, que puede percibirse como abstracto, se encuentra en múltiples situaciones cotidianas. Esto les permite comprender dichas situaciones desde una perspectiva matemática y física. Como actividad final, se solicita a los estudiantes, de manera colaborativa, que formulen y resuelvan tres problemas aplicando el proceso de modelización matemática: dos relacionados con tasas de variación y uno enfocado en problemas de optimización.

Conclusiones

La modelización matemática, como estrategia pedagógica, ha ganado protagonismo en diversas investigaciones que examinan su impacto en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Este trabajo aporta al estudio de esta herramienta educativa y su aplicación en la enseñanza de las aplicaciones de las derivadas, ya que la guía propuesta no solo presenta problemas contextualizados en el entorno cotidiano de los estudiantes, otorgando así mayor significado a lo aprendido, sino que también promueve habilidades clave como el razonamiento crítico, la deducción lógica y el análisis profundo, esenciales para resolver problemas en contextos reales. Además, la guía emplea la tecnología como aliada principal, facilitando la visualización y el análisis de datos; cada actividad permite el uso de calculadoras gráficas, simuladores y laboratorios virtuales, entre otros recursos, lo que permite a los estudiantes explorar las aplicaciones de las derivadas de manera más dinámica e interactiva, incrementando su motivación y mejorando su percepción sobre las matemáticas.

Finalmente, un aspecto crucial a considerar en el diseño de ejercicios de modelización es que el docente analice tanto las necesidades y el entorno pedagógico en el que se desenvuelven los estudiantes como los temas de interés común entre ellos. Es esencial que el docente priorice la planificación de actividades que se asocien con las vivencias diarias de los alumnos para aportar un significativo verdadero al aprendizaje.

Referencias bibliográficas

- Alfaro, C., & Fonseca, J. (2019). Propuesta metodológica para la enseñanza del cálculo diferencial e integral en una variable mediante la resolución de problemas para profesores de matemática en formación inicial. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 32(2), 117-185. Recuperado el 10 de Octubre de 2024, de <https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/propuesta-metodologica-para-la-ensenanza-del-calculo-diferencial-e-integral-en-una-variable-mediante-la-resolucion-de-problemas-para-profesores-de-matematica-en-formacion-inicial/>
- Alsina, Á., Toalongo, X., Trelles Zambrano, C., & Salgado, M. (2021). Desarrollando habilidades de modelización matemática temprana en Educación Infantil: un análisis comparativo en 3 y 5 años. *Quadrante*, 30(1), 74-93. doi:<https://quadrante.apm.pt/article/view/23654>
- Bliss, K., & Libertini, J. (2020). GAIMME. (M. Montgomery, & S. Garfunke, Edits.) Recuperado el 12 de Mayo de 2023, de CONSORTIUM FOR MATHEMATICS AND ITS APPLICATIONS (COMAP):https://blog.ciaem-redumate.org/wpcontent/uploads/2019/07/GAIMME_en_espan%CC%83ol.pdf

- Byrley, C. (2019). Calculus students' fraction and measure schemes and implications for teaching rate of change functions conceptually. ELSEVIER: The Journal of Mathematical Behavior, 55. doi:<https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.03.001>
- Castillo, I., Vargas, E., Barrionuevo, A., & Cedeño, B. (2023). Estilos de aprendizaje, guías didácticas e instrumentos de evaluación válidos y confiables. Latam: revista latinoamericana de Ciencias Sociales y Humanidades, 4(1), 2395-2404. doi:<https://doi.org/10.56712/latam.v4i1.424>
- Castro, A., & Báez, N. (2023). LA GUÍA DIDÁCTICA PARA LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICA COMO COMPLEMENTO EN EL CONTEXTO EPIDEMIOLÓGICO ACTUAL UTILIZANDO EXELEARNING. Revista Paradigma, 64(1), 404-416. Recuperado el 10 de Octubre de 2024, de <https://revistaparadigma.com.br/index.php/paradigma/article/view/1208/1188>
- Cuesta Borges, A., Garza, B., & Herrera, H. (2021). Habilidades Procedimentales del Cálculo Diferencial en el Bachillerato. Revista Internacional Tecnológica- Educativa Cocentes 2.0, 11(1), 166-173. doi:<https://doi.org/10.37843/rted.v11i1.209>
- Dunn, P., & Marshman, M. (2020). Teaching mathematical modelling:a. Teaching Mathematics and its Applications, 127-144. doi:<https://doi.org/10.1093/teamat/hrz008>
- Gutiérrez, C., & Gallegos, R. (Marzo de 2021). Diseño y validación de rúbrica para la evaluación de modelación matemática en alumnos de secundaria. Revista Científica, 40(1), 13-29. doi:<https://doi.org/10.14483/23448350.16068>
- Herrera López, H. (Junio de 2024). Aplicaciones de la derivada mediante un aprendizaje basado en proyectos: un estudio en el bachillerato. RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo, 14(28). doi:<https://doi.org/10.23913/ride.v14i28.1791>
- Herrera, H., & Moreno, R. (Noviembre de 2021). Habilidades Tecnológicas del Cálculo Diferencial en el Bachillerato. Revista Internacional: Tecnológica-Educativa Docentes 2.0, 1(1), 86-94. doi:<https://doi.org/10.37843/rted.v1i1.258>
- Herrera, H., & Padilla, R. (2020). Nivel de Aprendizaje Conceptual de la Derivada: Mediante el uso de una Comunidad Virtual de Aprendizaje en estudiantes de bachillerato. R. Recuperado el 10 de Octubre de 2024
- Illescas Rojas, A. (2024). Guía didáctica para la enseñanza de las aplicaciones de la derivada: tasas de variación y problemas de optimización. Universidad de Cuenca, Cuenca. Obtenido de <https://dspace.ucuenca.edu.ec/handle/123456789/45367>
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa. (2023). Informe Nacional de Resultados Ser Estudiante:Años Lectivo 2021-2022. Nivel Bachillerato. Obtenido de https://cloud.evaluacion.gob.ec/dagireportes/sestciclo21/nacional/2021-2022_3.pdf
- Klymchuk, S., & Spooner, K. (2020). University students' preferences for application problems and pure mathematics questions. Teaching Mathematics and its Applications, 29-37. doi:<https://doi.org/10.1093/teamat/hry014>
- Ledezma, C., Moncada, D., & Vargas, J. (2023). REFLEXIONES DE FUTUROS PROFESORES SOBRE LA INCLUSIÓN DE LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN LOS CONTEXTOS DE ENSEÑANZA VIRTUAL Y PRESENCIAL. Universidad de Barcelona. Recuperado el 19 de Enero de 2024, de https://www.researchgate.net/profile/Carlos-Ledezma-4/publication/374943567_Reflexiones_de_futuros_profesores

sores_sobre_la_inclusion_de_la_modelizacion_matematica_en_los_contextos_de_ensenanza_virtual_y_presencial/links/6537eba91d-6e8a70704c8829/Reflexiones-de

López, C. F., Chanca Pérez, E., & Esteban Rivera, E. (2023). Optimización de funciones con derivadas en aula invertida: estudio a través de múltiples estrategias didácticas. *Praxis Educativa*, 18, 1-17. doi:<https://doi.org/10.5212/praxeduc.v.18.21394.019>.

MINEDUC. (2016). Ministerio de Educación. Recuperado el 10 de Mayo de 2023, de <https://educacion.gob.ec/>

Mora Casasola, M. (Febrero de 2023). Implementación de recursos educativos digitales, una revisión. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet*, 24(1), 1-18. Obtenido de <https://www.redalyc.org/journal/6079/607974617004/607974617004.pdf>

Oliveira, C., Ruiz, A., & Gascón, J. (2023). Una estrategia para la formación del profesorado: el caso del cálculo diferencial elemental. *Enseñanza de las Ciencias*, 71-92. Recuperado el 29 de Octubre de 2023, de <https://ensciencias.uab.cat/article/view/v41-n2-lucas-ruiz-gascon/5640-pdf-es>

Pino, R., & Urías, G. (2020). Guías didácticas en el proceso enseñanza-aprendizaje: ¿Nueva estrategia? *Revista Scientific*, 5(10), 371-392. doi:<https://doi.org/10.29394/Scientific.issn.2542-2987.2020.5.18.20.371-392>

Spooner, K., Nomani, J., & Cook, S. (2023). Improving high school students' perceptions of mathematics through a mathematical modelling course. *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA*, 38-50. doi:<https://doi.org/10.1093/teamat/hrad001>

Stohlmann, M., & Yang, Y. (2021). Investigating the alignment to mathematical modelling of teacher-created mathematical modelling activities available online. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 671-686. doi:<https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1961030>